基于神经网络模型的研究

熊舒鹏

（昆明理工大学 机器人工程 昆明市）

# 神经网络 (Connected Neural Network)

## 神经网络的定义

（ChatGPT）

多层前馈神经网络（Fully Connected Neural Network, FCNN）的数学推导，包括前向传播、损失函数以及反向传播的梯度推导。

**符号约定**

输入样本:

第层权重矩阵:

第层偏置向量:

第层的加权输入 (pre-activation):

第层的激活输出 (activation):

其中 是第 层的激活函数 (如 ReLU、sigmoid、tanh 等)。

**前向传播（Forward Propagation）**

对每一层从到依次计算：

最终输出。

**损失函数（Loss Function）**

常用的有：

1. 均方误差（MSE）（回归任务）

2. 交叉熵（Cross-Entropy）（二分类或多分类） - 二分类（输出单个 sigmoid 单元）

多分类（softmax + one-hot 目标）



**反向传播（Backpropagation）推导**

定义第 层的“误差项”（error term）为

均方误差 + 线性输出 若 ，则

交叉熵 + softmax 有一个重要结论：

交叉熵 + sigmoid（二分类）

**隐层误差（递推）**

对于,

其中“”表示按元素相乘，是激活函数的导数。

**梯度计算**

对权重的梯度：

对偏置的梯度：

**参数更新（Gradient Descent）**

以最简单的批量梯度下降（Batch GD）为例，学习率为*η*>0：

对于更高效的优化，可替换为随机梯度下降（SGD）、动量（Momentum）、Adam 等算法。